

Anmerkungen zu parabelförmigen B-R-Diagrammen

Hans-Mereyntje Steinbach

Abstract:

Auf der BAV-Tagung in Heidelberg machte mich Wolfgang Quester auf eine Ungenauigkeit in meinem Artikel im RB 3/2006 zu dem B-R-Verhalten von UU Boo aufmerksam. Ich schrieb dort, daß *"die B-R-Werte seit Beginn der Beobachtungen im Jahre 1907 bis heute eine sehr ausgeprägte parabolische Form aufweisen, deren Minimum gegen Ende der 60er/Anfang der 70er Jahre des letzten Jahrhunderts lag. Seit dieser Zeit nimmt die Periode des Sternes immer stärker wachsend zu"*.

Das ist nicht ganz korrekt, da die Periode des Sternes über den gesamten Zeitraum hinweg zunahm - und auch nicht stärker wachsend, sondern eher mit einer konstanten Rate. Dieser Hinweis veranlaßte mich, das Thema "B-R-Diagramme" etwas eingehender zu beleuchten.

Periodischer Lichtwechsel

Beginnen wir die Betrachtung mit einem periodischen Lichtwechsel. Ein periodischer Lichtwechsel ist dadurch gekennzeichnet, daß sich die wesentlichen Merkmale seiner Lichtkurve nach Ablauf eines konstanten Zeitintervalls, der Periode P, wiederholen. Ausgehend von einem zeitlichen Nullpunkt, der Nullepoche E_0 , lassen sich die Zeitpunkte einer beliebigen Phase des Lichtwechsels, z. B. dem Lichtmaximum eines RR Lyr-Sternes¹ - dann beschreiben mit dem linearen Ansatz

$$R(E) = E_0 + P \cdot E \quad (1)$$

$R(E)$ bezeichnet den berechneten Zeitpunkt des Maximums, E die seit E_0 verstrichene Zeit in Einheiten der Periode P , genannt Epoche. E nimmt für die Beschreibung der Maxima ausschließlich ganze Zahlen an, ist aber als zeitartige Größe nicht darauf beschränkt. Dieser Punkt wird wichtig für den zweiten Abschnitt des Artikels.

Um Aussagen über mögliche Änderungen des Periodenverhaltens eines Sternes machen zu können, wird die berechnete Maximumzeit $R(E)$ einer Epoche E mit der beobachteten Zeit $B(E)$ durch Bildung der Differenz $B(E) - R(E)$ in Beziehung miteinander gesetzt. Salopp spricht man auch einfach von "B-R", oder im Englischen "O-C"². Wenn man diesen Prozeß für alle vorliegenden Beobachtungen durchführt, können diese Differenzen über der Epoche in ein Diagramm eingetragen werden, dem "B-R-Diagramm".

Solch ein B-R-Diagramm vermittelt einen visuellen Eindruck über das Verhalten des betreffenden Objektes während des beobachteten Zeitraumes. Im Idealfall, wenn also die gewählten Lichtwechselelemente tatsächlich das Lichtwechselverhalten des

¹ Im Text beziehe ich mich ohne Beschränkung der Allgemeinheit auf Lichtmaxima; die Aussagen gelten selbstverständlich auch für Lichtminima.

² „B-R“ steht für „Beobachtung minus Rechnung“ ; „O-C“ für „Observed minus Calculated“

Objektes widerspiegeln, werden die B-R-Werte im Rahmen der Messfehler statistisch um die Null-Linie streuen. Eine zwar heile, aber gleichermaßen auch langweilige Welt. Andere Formen ergeben sich bei z. B. Wahl einer falschen Nullepoche (vielleicht aufgrund eines Schreibfehlers): mit richtigem Periodenwert liegen dann die B-R-Werte auf einer Parallelen zur Abszisse; bei richtiger Nullepoche und hingegen und falscher Periode liegen die B-R-Werte auf einer geneigten Geraden durch den Nullpunkt : positiv steigend, wenn die wahre Periode größer als die in (1) verwandte ist, und negativ, wenn sie kleiner ist. In der Praxis wird man meist mit beiden Effekten gleichzeitig zu tun haben.

Wie kommt aber z. B. ein parabelförmiges B-R-Diagramm wie bei UU Boo zustande ?

Quasi-periodischer Lichtwechsel mit konstanter Änderungsrate der Periode

Nehmen wir an, daß ein Objekt keine konstante Periode hat, sondern daß sich der Periodenwert mit einer konstanten Rate κ verändert. D. h., daß sich die Periode $\Pi(\varepsilon)$ zu einer beliebigen Epoche ε darstellen läßt als

$$\Pi(\varepsilon) = \Pi_0 + \kappa \varepsilon \quad (2)$$

$\Pi(\varepsilon)$ nimmt zu, wenn $\kappa > 0$ ist, und nimmt ab, wenn $\kappa < 0$ ist. Π_0 ist dabei die Periode zu Nullepoche. An dieser Stelle sei nochmals betont, daß die Änderung der Periode als kontinuierlich (stetig) und dem Betrage nach konstant vorausgesetzt wird. Das bedeutet, daß sich die Periode auch während des Verlaufes einer Epoche ändert, wohingegen die Auswirkungen letztendlich nur zu den ausgewählten Zeiten – nämlich zu den Extremwertzeiten mit ganzzahligen Epochen - beobachtet werden.

Für die Darstellung der Extremwertzeiten tritt also anstelle der Gleichung (1) jetzt:

$$R'(E) = E'_0 + \int_{\varepsilon=0}^{\varepsilon=E} \Pi(\varepsilon) d\varepsilon \quad (3)$$

Man kann sich diesen Sachverhalt dadurch plausibilisieren, in dem man den Term "P · E" als die Fläche eines Rechteckes mit den Kantenlängen P und E vorstellt. Im Falle der veränderlichen Periode wird diese Fläche durch das in (3) aufgeführte Integral dargestellt.

Einsetzen von (2) in den Integranden von (3) ergibt dann

$$R'(E) = E'_0 + \int_{\varepsilon=0}^{\varepsilon=E} (\Pi_0 + \kappa \cdot \varepsilon) d\varepsilon \quad (4)$$

und nach Ausführung der Integration

$$R'(E) = E'_0 + \Pi_0 \cdot E' + \frac{\kappa}{2} \cdot E'^2 \quad (5)$$

Dies ist eine quadratische Gleichung mit der Epoche E' als Variablen. Das bedeutet also, daß die Zeiten der Maxima z. B. eines Veränderlichen, dessen Periode sich mit einer konstanten Rate ändert, auf einer durch (5) beschriebenen Parabel liegen.

Der parabolische Charakter tritt natürlich besonders in den „B-R-„-Werten hervor, da sich hier die störenden Einflüsse der Nullepoche und der linearen Terme aus (1) und (5) weitestgehend kompensieren.

Bei UU Boo³⁾ ergaben sich als eine grobe Näherung die folgende Elemente:

$$\text{Max}_{\text{HK}} = \text{JD } 2436084.4188 \pm 210 + 0.456916365 \cdot E + 2.222 \cdot 10^{-10} \cdot E^2$$

Hieraus ergibt sich eine Änderungsrate der Periode von $\kappa \approx 4.4 \cdot 10^{-10} / P$, oder anders ausgedrückt: 0.8ms/Tag. Es ist faszinierend, daß sich solch winzigen Effekte aufgrund der langen Beobachtungsreihen und der quadratischen Abhängigkeit durchaus feststellen lassen und zu großen B-R-Werten führen können.

Abschließend sei noch darauf hingewiesen, daß die Analyse von B-R-Diagrammen oftmals sehr viel Fingerspitzengefühl erfordert. Besonders an den Stellen, wo sich bei veränderlichen Perioden und zeitlich weit auseinanderliegenden Beobachtungen sehr leicht Fehler in den Zuordnungen der richtigen Epochenzahlen zu den Beobachtungen ergeben können, die erst sehr mühsam korrigiert werden müssen. Die GEOS-Datenbank über RR-Lyr-Sterne weist eine Vielzahl von Fällen auf, bei denen die "kunstvolle" Form der B-R-Diagramme als Indiz für solch falsche Epochenzuordnungen gewertet werden darf.

Hier zeigt sich deutlich, daß gerade bei den RR Lyr-Sternen mit ca. 1000 Epochen / Jahr eine Verbesserung der Situation nur durch eine dichte Folge von Beobachtungen über jede Beobachtungssaison erlangt werden kann. Zwei oder drei über mehrere Jahre verteilte Beobachtungen nützen hier kaum etwas, und seien sie noch so genau. Stattdessen öffnet sich gerade hier ein weites Feld für die visuelle Beobachtung, da die Genauigkeit ihrer Ergebnisse bei genügender Anzahl von Beobachtungen je Saison durchaus ausreicht, um nützliche Stützstellen für die Epochenzuordnungen zu erhalten – und damit das Dickicht der "kunstvollen" B-R-Diagramme zu lichten.

Hans-Mereyntyje Steinbach
Graf-von-Moltke-Weg 10
D-61267 Neu-Anspach
EMail: hm.steinbach@web.de

³⁾ Siehe Rundbrief 3/2006